

Ваљак – решени примери задатака

Површина

1. Одреди површину ваљка ако је : $r = 4\text{cm}$, $H = 7\text{cm}$.

$$P = 2B + M$$

$$B = r^2\pi = 4^2\pi = 16\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 4\pi \cdot 7 = 56\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 16\pi + 56\pi = 88\pi\text{cm}^2$$

2. Одреди полупречник основе и висину ваљка ако му је $P = 260\pi\text{cm}^2$, $M = 140\pi\text{cm}^2$.

$$P = 2B + M$$

$$2B = P - M = 260\pi - 140\pi = 120\pi$$

$$B = 60\pi\text{cm}^2$$

$$r^2\pi = 60\pi$$

$$r^2 = 60$$

$$r = \sqrt{60} = \sqrt{4 \cdot 15} = 2\sqrt{15}\text{cm}$$

$$M = 2r\pi H = 140\pi$$

$$2 \cdot 2\sqrt{15}\pi H = 140\pi$$

$$H = \frac{140}{4\sqrt{15}} = \frac{35}{\sqrt{15}} \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{35\sqrt{15}}{15} = \frac{7\sqrt{15}}{3}\text{cm}$$

3. Одреди површину ваљка ако му је пречник основе 5cm, а висина 2cm.

$$R = 5, r = \frac{R}{2} = 2,5\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 2,5^2\pi = 6,25\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 2,5\pi \cdot 2 = 10\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 6,25\pi + 10\pi = 22,5\pi\text{cm}^2$$

4. Правоугаоник чије су странице 5cm и 10cm ротира око своје

a) Дуже

b) Краће

странице. Одреди површину тако добијеног тела.

- a) $r = 5\text{cm}$, $H = 10\text{cm}$

$$B = r^2\pi = 5^2\pi = 25\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 5\pi \cdot 10 = 100\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 25\pi + 100\pi = 150\pi\text{cm}^2$$

- b) $r = 10\text{cm}$, $H = 5\text{cm}$

$$B = r^2\pi = 10^2\pi = 100\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 10\pi \cdot 5 = 100\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 100\pi + 100\pi = 300\pi\text{cm}^2$$

Одреди површину ваљка на основу датих података (задачи 5 - 11):

5. $O_B = 12\pi\text{cm}$, $H = 4\text{cm}$

$$O_B = 2r\pi = 12\pi$$

$$r = 6\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 6^2\pi = 36\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 6\pi \cdot 4 = 48\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 36\pi + 48\pi = 120\pi\text{cm}^2$$

6. $H = 6\text{cm}$, $r:H = 2:1$

$$r = 2H = 2 \cdot 6 = 12\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 12^2\pi = 144\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 12\pi \cdot 6 = 144\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 144\pi + 144\pi = 432\pi\text{cm}^2$$

7. $H = 6\text{cm}$, $d_{op} = 10\text{cm}$

$$R^2 = d_{op}^2 - H^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$R = \sqrt{64} = 8\text{cm}$$

$$r = \frac{R}{2} = \frac{8}{2} = 4\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 4^2\pi = 16\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 4\pi \cdot 6 = 48\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 16\pi + 48\pi = 80\pi\text{cm}^2$$

8. $r = 4\text{cm}$, $M = 24\pi\text{cm}^2$

$$M = 2r\pi H$$

$$2 \cdot 4\pi H = 24\pi$$

$$8\pi H = 24\pi$$

$$H = 3\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 4^2\pi = 16\pi\text{cm}^2$$

$$M = 24\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 16\pi + 24\pi = 56\pi\text{cm}^2$$

9. $B = 25\pi\text{cm}^2$, $M:B = 3:1$

$$M = 3B = 3 \cdot 25\pi = 75\pi$$

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \cdot 25\pi + 75\pi = 125\pi\text{cm}^2$$

10. $M = 24\pi\text{cm}^2$, $H = 12\text{cm}$

$$M = 2r\pi H = 2r\pi \cdot 12 = 24\pi$$

$$24r\pi = 24\pi$$

$$r = 1\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 1^2\pi = \pi$$

$$P = 2B + M = 2\pi + 24\pi = 26\pi\text{cm}^2$$

11. $M = 48\pi\text{cm}^2$, $H = \frac{3}{2}r$

$$M = 2r\pi H = 2r\pi \cdot \frac{3}{2}r = 3r^2\pi = 48\pi$$

$$r^2 = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$$

$$r = \sqrt{16} = 4\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 4^2\pi = 16\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 16\pi + 48\pi = 80\pi\text{cm}^2$$

12. Одреди дијагоналу осног пресека ваљка чија је површина $288\pi\text{cm}^2$, ако је његова висина три пута већа од полупречника основе тог ваљка.

$$H = 3r$$

$$P = 2r^2\pi + 2r\pi \cdot 3r = 288\pi$$

$$2r^2\pi + 6r^2\pi = 288\pi$$

$$8r^2\pi = 288\pi$$

$$r^2 = \frac{288}{8} = 36$$

$$r = \sqrt{36} = 6$$

$$H = 3r = 18\text{cm}$$

$$d_{op}^2 = R^2 + H^2 = 12^2 + 18^2 = 144 + 324 = 468$$

$$d_{op} = \sqrt{468} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 13} = 6\sqrt{13}\text{cm}$$

Површина и запремина

1. Одреди запремину ваљка ако је $r = 5\text{cm}$, $H = 12\text{cm}$.

$$V = BH$$

$$B = r^2\pi = 5^2\pi = 25\pi\text{cm}^2$$

$$V = 25\pi \cdot 12 = 300\pi\text{cm}^3$$

2. Одреди запремину ваљка ако је $B = 50\pi\text{cm}^2$, $H = 10\text{cm}$.

$$V = BH = 50\pi \cdot 10 = 500\pi\text{cm}^3$$

3. Одреди површину ваљка ако је $V = 135\pi\text{cm}^3$, $H = 5\text{cm}$.

$$V = BH$$

$$B \cdot 5 = 135\pi$$

$$B = \frac{135\pi}{5} = 27\pi\text{cm}^2$$

$$B = r^2\pi = 27\pi$$

$$r^2 = 27$$

$$r = \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 3\sqrt{3}\pi \cdot 5 = 30\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 27\pi + 30\sqrt{3}\pi = 6(9 + 5\sqrt{3})\pi\text{cm}^2$$

4. Одреди површину ваљка ако је $V = 200\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$, $r = 10\text{cm}$.

$$B = r^2\pi = 10^2\pi = 100\pi\text{cm}^2$$

$$H = \frac{V}{B} = \frac{200\sqrt{2}\pi}{100\pi} = 2\sqrt{2}\text{cm}$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 10\pi \cdot 2\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 100\pi + 40\sqrt{2}\pi = 200\pi + 40\sqrt{2}\pi = 40(5 + \sqrt{2})\pi\text{cm}^2$$

5. Одреди запремину ваљка ако је $M = 4\pi\text{cm}^2$, $r = 2\text{cm}$.

$$M = 2r\pi H$$

$$2 \cdot 2\pi H = 4\pi$$

$$4\pi H = 4\pi$$

$$H = 1\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 2^2\pi = 4\pi\text{cm}^2$$

$$V = BH = 4\pi \cdot 1 = 4\pi\text{cm}^3$$

6. Одреди запремину ваљка ако је $P = 490\pi\text{cm}^2$, $r = 14\text{cm}$.

$$P = 2B + M$$

$$2r^2\pi + 2r\pi H = 490\pi$$

$$2 \cdot 14^2\pi + 2 \cdot 14\pi \cdot H = 490\pi$$

$$2 \cdot 196\pi + 28\pi H = 490\pi$$

$$392\pi + 28\pi H = 490\pi$$

$$28\pi H = 490\pi - 392\pi$$

$$28\pi H = 98\pi$$

$$H = \frac{98}{28} = \frac{7}{2}\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 14^2\pi = 196\pi$$

$$V = BH = 196\pi \cdot \frac{7}{2} = 98 \cdot 7\pi = 686\pi\text{cm}^3$$

7. Одреди површину и запремину ваљка чија је површина осног пресека 16cm^2 , а висина му је два пута већа од полупречника основе.

$$H = 2r$$

$$P_{op} = 2r \cdot H = H^2 = 16$$

$$H = \sqrt{16} = 4\text{cm}$$

$$r = \frac{H}{2} = 2\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = 2^2\pi = 4\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 2\pi \cdot 4 = 16\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 4\pi + 16\pi = 24\pi\text{cm}^2$$

$$V = BH = 4\pi \cdot 4 = 16\pi\text{cm}^3$$

8. Квадрат површине 32cm^2 ротира око своје странице. Одреди површину и запремину тако добијеног тела.

$$a^2 = 32$$

$$a = \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}\text{cm}$$

$$r = 4\sqrt{2}\text{cm}$$

$$H = 4\sqrt{2}\text{cm}$$

$$B = r^2\pi = (4\sqrt{2})^2\pi = 16 \cdot 2\pi = 32\pi\text{cm}^2$$

$$M = 2r\pi H = 2 \cdot 4\sqrt{2}\pi \cdot 4\sqrt{2} = 2 \cdot 16 \cdot 2\pi = 64\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 2 \cdot 32\pi + 64\pi = 128\pi\text{cm}^2$$

$$V = BH = 32\pi \cdot 4\sqrt{2} = 128\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$$

9. Дата је ПЧПр $a = 6\text{cm}$, $H = 8\text{cm}$. У њу је уписан и око ње описан ваљак. Одреди Површине и запремине за ова два ваљка.

$$r_u = \frac{a}{2} = \frac{6}{2} = 3\text{cm}$$

$$H_u = 8\text{cm}$$

$$B_u = r_u^2\pi = 3^2\pi = 9\pi\text{cm}^2$$

$$M_u = 2r_u\pi H_u = 2 \cdot 3\pi \cdot 8 = 48\pi\text{cm}^2$$

$$P_u = 2B_u + M_u = 18\pi + 48\pi = 66\pi\text{cm}^2$$

$$V_u = B_u H_u = 9\pi \cdot 8 = 72\pi\text{cm}^3$$

$$r_o = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\text{cm}$$

$$H_o = 8\text{cm}$$

$$B_o = r_o^2\pi = (3\sqrt{2})^2\pi = 9 \cdot 2\pi = 18\pi\text{cm}^2$$

$$M_o = 2r_o\pi H_o = 2 \cdot 3\sqrt{2}\pi \cdot 8 = 48\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$$

$$P_o = 2B_o + M_o = 36\pi + 48\sqrt{2}\pi = 12(3 + 4\sqrt{2})\pi\text{cm}^2$$

$$V_o = B_o H_o = 18\pi \cdot 8 = 144\pi\text{cm}^3$$

10. У ваљак је уписана ПШПр. Одреди њену површину и запремину ако је однос површине ваљка и површине његовог омотача 2:1, а површина омотача тог ваљка је $2\pi\text{cm}^2$.

$$a = r$$

$$P = 2M = M + M$$

$$P = 2B + M$$

$$2B = M$$

$$B = \frac{M}{2} = \pi\text{cm}^2$$

$$B = r^2\pi = \pi$$

$$r = 1\text{cm}$$

$$M = 2r\pi H = 2\pi H = 2\pi, \quad H = 1\text{cm}$$

$$a = 1\text{cm}, \quad H = 1\text{cm}$$

$$B = 6 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$$

$$M = 6aH = 6\text{cm}^2$$

$$P = 2B + M = 3\sqrt{3} + 6 = 3(\sqrt{3} + 2)\text{cm}^2$$

$$V = BH = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}^3$$

